

希尔伯特-黄变换的端点延拓

黄大吉¹, 赵进平¹, 苏纪兰¹

(1. 国家海洋局 海洋动力过程与卫星海洋学重点实验室; 国家海洋局 第二海洋研究所, 浙江 杭州 310012)

摘要: 希尔伯特-黄变换(HHT)是近年来发展起来的一种新的时间序列信号分析方法. 该文在对 HHT 深入研究与充分肯定的基础上, 发展了信号的镜像闭合延拓和包络的极值延拓两种方法. 通过几个典型的例子检验了两种方法, 并与 Huang 等(1998, 1999)进行了比较, 得到了令人满意的结果. 镜像闭合延拓法根据信号端点的分布特性, 把镜子放在具有对称性的极值位置, 通过镜像法把镜内信号映射成一个周期性的信号, 不存在端点, 从根本上避免了经验模态分解和希尔伯特变换的端点问题. 极值延拓法简单易行, 具有与镜像闭合法相当的效果, 在处理非对称波形信号时更显其优越性.

关键词: 希尔伯特-黄变换(HHT); 信号处理; 经验模态分解(EMD)

中图分类号: O29; P73 **文献标识码:** A **文章编号:** 0253-4193(2003)01-0001-11

1 引言

希尔伯特-黄变换(Hilbert-Huang Transform, HHT)是近年来发展起来的一种新的时间序列信号分析方法^[1,2](以下简称 H98 和 H99). 其核心是经验模态分解(Empirical Mode Decomposition, EMD), 把复杂的信号分解成若干个本征模态函数(Intrinsic Mode Function, IMF); 再对 IMF 进行希尔伯特变换, 得到每一个 IMF 随时间变化的瞬时频率和振幅, 最后求得振幅-频率-时间的三维谱分布. 由于 EMD 是自适应的, 因此其分解非常快速有效; 同时 EMD 是基于信号的局部变化特性, 从而可用于非线性和非平稳过程分析. 与频谱分析方法(FFT)相比, HHT 得到的每个 IMF 的振幅和频率是随时间变化的, 消除了为反映非线性、非平稳过程而引入的多余无物理意义的简谐波. 与小波分析方法相比, HHT 具有小波分析的全部优点, 在分辨率上消除了小波分析的模糊和不清晰, 具有更准确的谱结构. 因而 HHT 在分析非线性和非平稳过程中具有很高的应用价值.

收稿日期: 2001-03-14; **修订日期:** 2002-06-30.

基金项目: 国家自然科学基金项目(49790010, 40076010, 49634140); 国家重点基础研究发展规划项目(G1999043701); 海洋 863-820 资助项目.

作者简介: 黄大吉(1962—), 男, 浙江奉化人, 研究员, 博士, 主要从事海洋动力过程研究.

EMD 通过多次的移动过程 (shifting process) 来逐个分解 IMF. 在每一次的移动过程中, 要根据信号的上、下包络来计算信号的局部平均值; 上、下包络是由信号的局部极大值和极小值通过样条插值算法给出. 由于信号两端不可能同时处于极大值和极小值, 因而在对包络进行样条插值时, 要对信号或其极值向外进行延拓, 以确保包络线抵达端点. H98 指出在信号的两端, 根据端点信号的振幅和频率, 分别加两个特征波, 但没有给出具体的做法; 事实上, 他们的方法已向美国宇航局 (NASA) 申请了专利^[3]. 由于分解每一个 IMF 要进行多次移动迭代, 不同的延拓方法会对信号产生不同的影响, 端点延拓是 HHT 的一个重要的亟待探讨和完善的问题. 本文用两种手段探讨解决 EMD 和 Hilbert 变换中的端点延拓问题的方法, 旨在完善 HHT 并推广其应用.

2 HHT 简介

与其他的信号处理方法相比, HHT 的创新点是引入了基于信号局部特性的 IMF, 以获得具有物理意义的瞬时频率. 它主要由两部分组成, 即 EMD 和 Hilbert 变换. EMD 通过多次的移动过程, 一方面消除信号上的骑行波 (riding waves), 另一方面对高低不平的振幅进行平滑, 使得每一个 IMF 具有如下两个特性: (1) 极值点 (极大值或极小值) 数目与跨零点数目相等或最多相差一个, (2) 由局部极大值构成的上包络和由局部极小值构成的下包络的平均值为零. IMF 的上述两个特征, 也是 EMD 分解结束的收敛准则.

设时间序列信号为 $X(t)$, 它的上、下包络线分别为 $u(t)$ 和 $v(t)$, 则上、下包络的平均曲线为 $m(t)$:

$$m(t) = [u(t) + v(t)]/2, \quad (1)$$

通过移动过程, 用 $X(t)$ 减去 $m(t)$ 后剩余部分 $h_1(t)$, 即:

$$h_1(t) = X(t) - m(t). \quad (2)$$

根据上面的定义, 在理论上, $h_1(t)$ 满足: (1) 极值点 (极大值或极小值) 数目与跨零点数目相等或最多相差一个, (2) 由局部极大值构成的上包络和由局部极小值构成的下包络的平均值为零; 即 $h_1(t)$ 应该是 IMF; 实际上, 由于包络线样条逼近的过冲和俯冲作用, 会产生新的极值和影响原来极值的位置与大小; 因此, 分解得到的 $h_1(t)$ 并不完全满足 IMF 条件. 用 $h_1(t)$ 代替 $X(t)$, 与 $h_1(t)$ 相应的上、下包络线为 $u_1(t)$ 和 $v_1(t)$, 重复移动过程, 即:

$$m_1(t) = [u_1(t) + v_1(t)]/2, \quad (3)$$

$$h_2(t) = h_1(t) - m_1(t), \quad (4)$$

...

$$m_{k-1}(t) = [u_{k-1}(t) + v_{k-1}(t)]/2, \quad (5)$$

$$h_k(t) = h_{k-1}(t) - m_{k-1}(t), \quad (6)$$

直到所得的 $h_k(t)$ 满足 IMF 条件: (1) 极值点数目与跨零点数目相等或最多相差一个, (2) 由局部极大值构成的上包络和由局部极小值构成的下包络的平均值趋近于零. 这样就分解得第一个 IMF, $c_1(t)$ 和信号的剩余部分为 $r_1(t)$; 即:

$$c_1(t) = h_k(t), \quad (7)$$

$$r_1(t) = X(t) - c_1(t). \quad (8)$$

对信号的剩余部分 $r_1(t)$ 继续进行 EMD 分解, 直到所得的剩余部分为一单调信号或其值小于预先给定的值时, 分解完毕. 最终分解得到所有的 IMF 及余量:

$$r_2 = r_1 - c_2, \quad \dots, \quad r_n = r_{n-1} - c_n, \quad (9)$$

而原始的信号 $X(t)$ 可表示为所有的 IMF 及余量之和:

$$X(t) = \sum_{i=1}^n c_i + r_n. \quad (10)$$

H98 证明了 IMF 的完备性和正交性; 并展示了 HHT 在信号处理领域中的应用前景.

由于 EMD 基于信号的局部特征, 具有自适应性, 分解快速有效, 而且分解得到的 IMF 数目通常有限.

对所有的 IMF 进行 Hilbert 变换得到 Hilbert 谱.

记:

$$x_i(t) = c_i(t), \quad (11)$$

$x_i(t)$ 的 Hilbert 的变换为:

$$y_i(t) = \frac{1}{\pi} P \int_{-\infty}^{\infty} \frac{x_i(t')}{t-t'} dt'. \quad (12)$$

根据 Hilbert 变换的定义, $x_i(t)$ 和 $y_i(t)$ 为复共轭对, 由其构成解析函数 $z_i(t)$ 为

$$z_i(t) = x_i(t) + iy_i(t) = a_i(t)e^{i\theta_i(t)}, \quad (13)$$

相应的振幅和频率为:

$$a_i(t) = |x_i(t) + iy_i(t)|, \quad (14)$$

$$\omega_i(t) = \frac{d\theta_i(t)}{dt}, \quad (15)$$

其中 $\theta_i(t) = \arctan(y_i(t)/x_i(t))$. 经典 FFT 所得的振幅和频率为时间不变量, 而这里的振幅 $a_i(t)$ 和频率 $\omega_i(t)$ 均是时间的函数. 在振幅-频率-时间这三维空间中, 可把振幅以等值线的形式绘制在频率-时间平面上. 振幅在频率-时间平面上的分布 $H(t, \omega)$, 称为 Hilbert 振幅谱, 简称 Hilbert 幅谱^[1]. 由于能量可用振幅的平方来描述, 因此 $H(t, \omega)$ 也在一定程度上反映信号的能量.

3 信号包络的极值延拓

设离散信号:

$$t \in [t(1), t(2), \dots, t(n)] = [t_1, t_2, \dots, t_n], \quad (16)$$

$$X(t) \in [x(t_1), x(t_2), \dots, x(t_n)] = [x_1, x_2, \dots, x_n], \quad (17)$$

其采样步长为 Δt , $X(t)$ 有 M 个极大值和 N 个极小值, 对应的序列下标 (I_m, I_n)、时间 (T_m, T_n) 和函数值 (U, V) 记为:

$$I_m = [I_m(1), I_m(2), \dots, I_m(M)], \quad (18)$$

$$I_n = [I_n(1), I_n(2), \dots, I_n(N)], \quad (19)$$

$$T_m(i) = t_{I_m}, \quad U(i) = x_{I_m}, \quad i = 1, \dots, M, \quad (20)$$

$$T_n(i) = t_{I_n}, \quad V(i) = x_{I_n}, \quad i = 1, \dots, N, \quad (21)$$

在分解 IMF 时, 端点延拓的目的是确保上、下包络都与端点相交, 以便有与每一个信号点相对应的局部平均值. 而上、下包络是由极大值和极小值连结而成的, 因此只要对极大值和极小值进行延拓, 而不必对信号本身进行延拓. 极大值和极小值是相间分布的, 同时考虑到样条插值的要求, 所以只要在信号左、右两端分别延拓两个极大值和两个极小值即可. 由于端点以外没有信号, 任何延拓都是人为的, 通过对不同形式的信号的多次试验, 我们认为以端点的一个特征波为依据, 进行延拓具有较好的效果, 具体做法如下.

3.1 左端

信号左端第一个特征波包含的信号点数 k_1

$$k_1 = \begin{cases} I_m(2) - I_m(1), & \text{当 } I_m(1) < I_n(1), \\ I_n(2) - I_n(1), & \text{当 } I_m(1) > I_n(1), \\ 2 \mid I_m(1) - I_n(1) \mid, & \text{当 } M = N = 1, \end{cases} \quad (22)$$

向外延拓的两个极值的位置 (T_m, T_n) 和数值 (U, V) 为:

$$T_m(0) = T_m(1) - k_1 \Delta t, \quad U(0) = U(1), \quad (23)$$

$$T_m(-1) = T_m(1) - 2k_1 \Delta t, \quad U(-1) = U(1), \quad (24)$$

$$T_n(0) = T_n(1) - k_1 \Delta t, \quad V(0) = V(1), \quad (25)$$

$$T_n(-1) = T_n(1) - 2k_1 \Delta t, \quad V(-1) = V(1). \quad (26)$$

3.2 右端

信号右端第一个特征波包含的信号点数 k_2

$$k_2 = \begin{cases} I_m(M) - I_m(M-1), & \text{当 } I_m(M) > I_n(N), \\ I_n(N) - I_n(N-1), & \text{当 } I_m(M) < I_n(N), \\ 2 \mid I_m(M) - I_n(N) \mid, & \text{当 } M = N = 1. \end{cases} \quad (27)$$

向外延拓的两个极值的位置 (T_m, T_n) 和数值 (U, V) 为:

$$T_m(M+1) = T_m(M) + k_2 \Delta t, \quad U(M+1) = U(M), \quad (28)$$

$$T_m(M+2) = T_m(M) + 2k_2 \Delta t, \quad U(M+2) = U(M), \quad (29)$$

$$T_n(N+1) = T_n(N) + k_2 \Delta t, \quad V(N+1) = V(N), \quad (30)$$

$$T_n(N+2) = T_n(N) + 2k_2 \Delta t, \quad V(N+2) = V(N).$$

当端点的数值比近端点的第一个极大值大或极小值小时, 要进行特殊的处理, 以避免信号落到包络线之外,

$$T_m(0) = t_1, \quad U(0) = x_1, \quad \text{当 } x_1 > U(1), \quad (32)$$

$$T_n(0) = t_1, \quad V(0) = x_1, \quad \text{当 } x_1 < V(1), \quad (33)$$

$$T_m(M+1) = t_n, \quad U(M+1) = x_n, \quad \text{当 } x_n > U(M), \quad (34)$$

$$T_n(N+1) = t_n, \quad V(N+1) = x_n, \quad \text{当 } x_n < V(N). \quad (35)$$

曲线的上、下包络线由三次样条插值求得:

$$u(t) = f(T_m, U_m, t), \quad (36)$$

$$v(t) = f(T_n, V_n, t). \quad (37)$$

4 信号的镜像闭合延拓

根据镜像的对称映射特点,为尽量减少镜像的副作用,应把镜子放置在信号具有对称性的极值所在的位置.即首先绘出信号左、右两端的一段曲线及相应的极值(极大值或极小值),根据曲线的分布特征,决定放置镜子的位置.如在从信号左边起向右的第 l 个极值处,和从信号

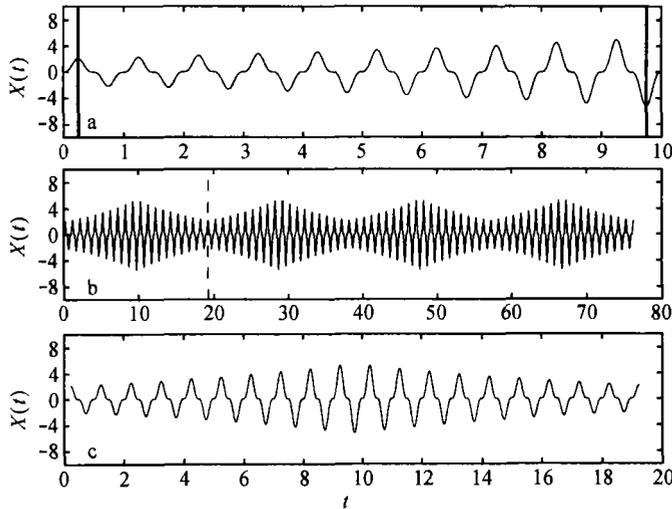


图1 镜像闭合延拓法示意图

a. 原始信号,两条垂线表示两平面镜,b. 延拓后的周期性信号,c. 用于分析处理的一个周期信号

右边起向左的第 r 个极值处分别放置两面平面镜,把镜内的信号向外进行映射.得到序列长度为两倍于镜内信号长度的周期性信号.实际上我们只取其中一个周期进行分析研究(图1);把它头尾相接,便构成一个环形的闭合曲线(图2),从图2中可直观地看到,经镜像延拓后的信号不含端点(具有周期性),为此我们称此方法为信号的镜像闭合延拓.由于信号的闭合性,在EMD的后续移动过程中,也不会遇到端点的延拓问题;因此,镜像闭合延拓法是从本质上解决HHT端点问题的方法.

左镜放在信号左起向右的第 l 个极值处,其相应的序列号

$$I_1 = \begin{cases} I_m(l), & \text{当镜子置于极大值处;} \\ I_n(l), & \text{当镜子置于极小值处;} \end{cases} \quad (38)$$

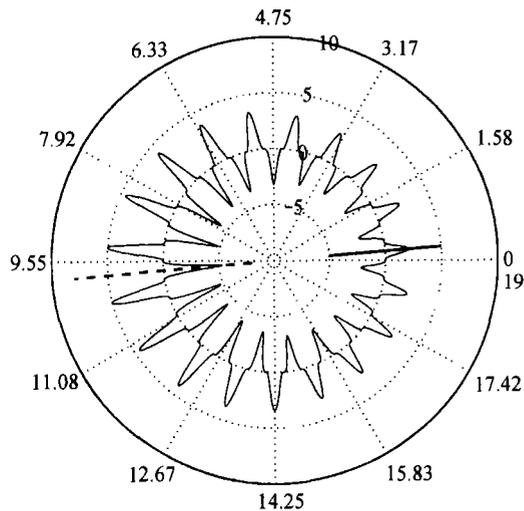


图2 镜像延拓后的环形闭合曲线示意图
周向对应于图1中的时间,径向对应于图1中的信号大小,粗实线为左镜,粗虚线为右镜

左镜放在信号右起向左的第 r 个极值处, 其相应的序列号

$$I_2 = \begin{cases} I_m(M+1-r), & \text{当镜子置于极大值处;} \\ I_n(N+1-r), & \text{当镜子置于极小值处;} \end{cases} \quad (39)$$

新的信号序列 (t', x')

$$t'(i) = \begin{cases} t_{I_1} + (i-1)\Delta t, & i = 1, \dots, J, \\ t_J + (i-J)\Delta t, & i = J+1, \dots, 2J; \end{cases} \quad (40)$$

$$x'_i = \begin{cases} x_{I_1+i-1}, & i = 1, \dots, J, \\ x_{I_2+J-i}, & i = J+1, \dots, 2J. \end{cases} \quad (41)$$

新信号序列的长度

$$J = I_2 - I_1 + 1. \quad (42)$$

对新的信号序列 (t', x') , 重新搜索其极值, 得到与极值相对应的序列下标 (I'_m, I'_n) 、时间 (T'_m, T'_n) 和函数值 (U', V') (为方便起见, 略去其上标“'”):

$$T'_m(i) = t(I'_m(i)), \quad U(i) = x_{I'_m(i)}, \quad i = 1, \dots, M'; \quad (43)$$

$$T'_n(i) = t(I'_n(i)), \quad V(i) = x_{I'_n(i)}, \quad i = 1, \dots, N'. \quad (44)$$

曲线的上、下包络线可用三次样条插值[方程(36), (37)]求得; 此时, 我们可利用信号的周期性性质来确定边界条件, 而不必进行端点延拓.

从镜像闭合延拓本身特性及试用的结果来看, 镜像闭合延拓具有如下特点:

(1) 只要对原始信号进行一次延拓, 在随后的 EMD 移动迭代过程中, 由于其闭合无端点(周期性), 无需对端点进行延拓处理, 因而也不再引入人为影响, 理论上来说, 是从本质上解决 HHT 端点问题的一个方法.

(2) 延拓后的信号, 由于其是闭合的, 在求上、下包络的样条插值过程中, 可利用端点的周期性约束条件. 对于三次样条插值, 同样可用追赶法快速求解.

(3) 若信号本身存在较强的对称性, 则可以先对两端的信号进行浏览, 尽可能地把镜子放在具有对称性的极值处, 这样处理的效果最佳.

(4) 若信号波形具有较强的不对称性, 则无论把镜子放在何处, 都不可避免地人为引入端点影响(如例 4).

5 信号的包络极值和镜像闭合延拓的应用

为了验证两种方法的可行性, 并使结果更具可比性, 我们取了与 H98 和 H99 一致的 4 组信号进行分析处理.

5.1 例 1

首先让我们来考虑非线性的时域信号:

$$X(t) = \cos[\omega t + \epsilon \sin(2\omega t)], \quad \text{其中 } \omega = 1/64 \text{ Hz}, \epsilon = 0.3. \quad (45)$$

原始信号、相图轨迹和用两种方法对信号进行 HHT 后的频率、Hilbert 谱如图 3 所示. 从图 3 可知, 所得的结果与 H98 完全一致. 由于信号的非线性特性, 其波形与线性的简谐波差别较

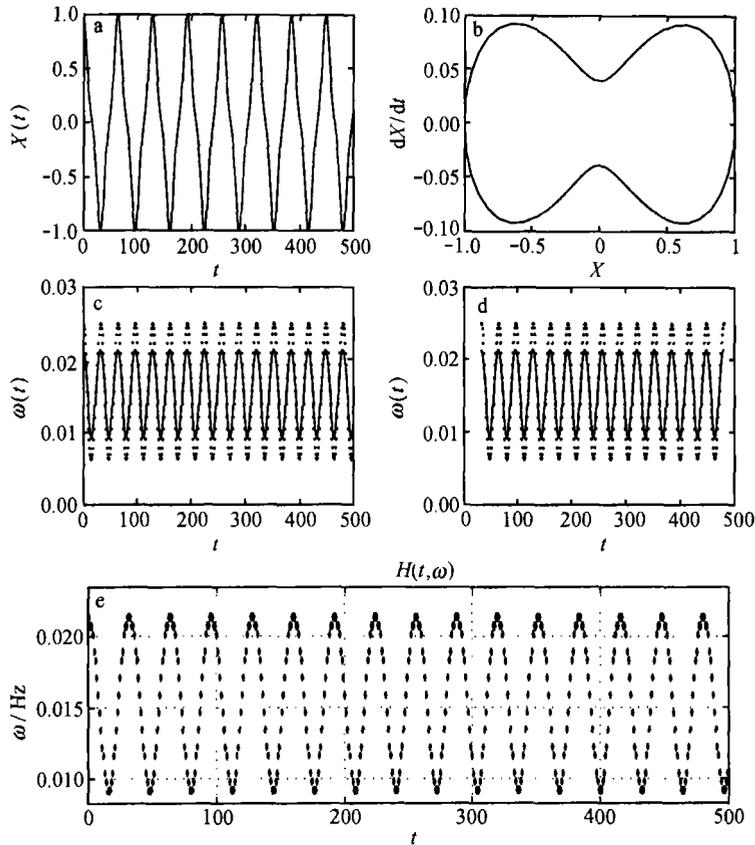


图3 用两种延拓法对信号 $X(t) = \cos[\omega t + \epsilon \sin(2\omega t)]$ 进行的 HHT

a. 为信号 $X(t) = \cos[\omega t + \epsilon \sin(2\omega t)]$, b. 为其相图轨迹, c. 为极值延拓法得到的 IMF 的频率-时间分布, d. 为镜像闭合延拓法得到的 IMF 的频率-时间分布, e. Hilbert 谱

大, 具有较尖的波峰和波谷. 由于波形自身的对称性, 极值也相等, 由信号的包络极值延拓法和镜像闭合延拓法所得的上、下包络完全一致, 为两条直线, 不会对内部信号产生任何影响. 事实上信号本身就是 IMF, 两种方法分解得到的 IMF 模态与原始信号完全相同, 它们的频率-时间分布如图 3c 和 3d 点线所示, 也是一致的. 这时所得频率-时间分布结果比 H98(参见其图 35)的结果要好, 体现信号的两端上. 在事实上^[1], 根据经典波动理论, 该信号为频率 $\Omega = \omega(1 + \epsilon \cos(\omega t))$ (图 3c 和 3d 中的实线)的调制信号. 相应的 Hilbert 谱如图 3e, 从 Hilbert 谱分布可知, 振幅(能量)和频率在一个波内存在波动, 即波内调制, 这是非线性系统所固有的特性.

5.2 例 2

让我们考虑由两个频率非常接近的简谐正弦波叠加的情形:

$$X(t) = \sin \frac{2}{30}\pi t + \sin \frac{2}{34}\pi t, \quad t = 1 \sim 512 \text{ s}. \quad (46)$$

该信号曾被 H98 作为一个例子来分析[参见其方程(8.10)], 他们把正弦函数(sin)误打印为余弦函数(cos), 因为余弦函数的波形与对应的信号分布不匹配(参见其图 25).

由包络的极值延拓法和镜像闭合延拓法所得的前 4 个 IMF 如图 4a 和 4d 所示, 图 4b 和 4c 分别是包络的极值延拓法所得的前两个 IMF 和前 4 个 IMF 叠加反演所得信号与原始信号的比较, 图 4e 和 4f 分别是镜像闭合延拓法所得的前两个 IMF 和前 4 个 IMF 叠加反演所得信号与原始信号的比较. 从图中可见, 两种方法所得的前两个 IMF 确实反映了原始信号所包含的两个简谐波信号. 与 H98 所得的结果相比, 包络的极值延拓法与其结果一致; 而镜像闭合延拓法要比他们的结果略好, 表现在信号的左端, 由 IMF 叠加反演所得信号与原始信号的拟合比 H98 要好.

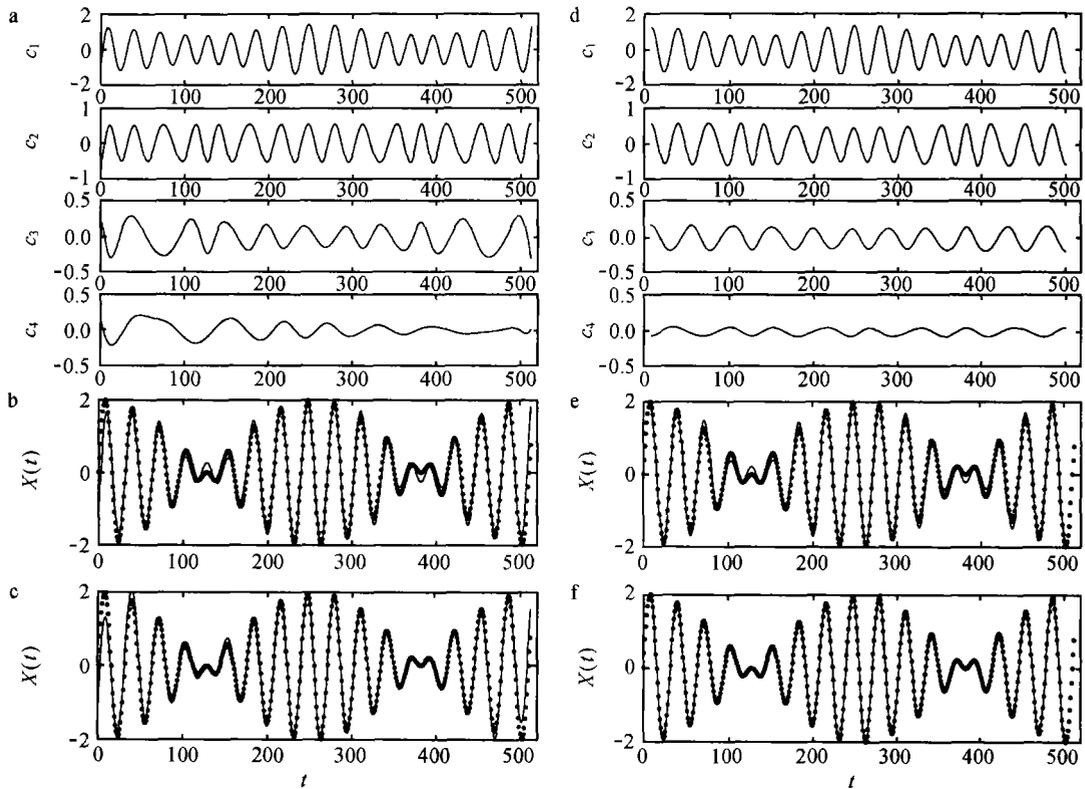


图 4 用两种延拓法对信号 $X(t) = \sin \frac{2}{30}\pi t + \sin \frac{2}{34}\pi t$ 进行 EMD 分解,

前两个和前 4 个 IMF 叠加所得信号与原始信号的比较

点线表示原始信号, 实线表示叠加信号

5.3 例 3

用杜芬(Duffing)方程:

$$\frac{d^2 X}{dt^2} + X + \epsilon X^3 = \gamma \cos \omega t \quad (48)$$

作为第三个例子. 为了便于与 H98 和 H99 的比较, 参数 ϵ , γ 和 ω 的值和初始条件与他们所取的相同, 即: $\epsilon = -1$, $\gamma = 0.1$, $\omega = 1/25$ Hz, $\{X(0); X'(0)\} = \{1; 1\}$. 方程(48)的数值解如图 5a, 信号具有较尖的波峰和波谷, 信号在相空间中的轨迹如图 5b 所示, 它与圆形轨迹差别较

大. 图 5a 和 5b 表明由于系统的非线性作用, 信号的波形已从线性简谐波变形. 由信号的包络极值延拓法和镜像闭合延拓法所得的 IMF 和余量分别如图 5c 和 5d. 与 H99 所得的结果相比 (参见其图 8), 除第四个 IMF 和余量外, 两种方法得到了与他们一致的结果. 与前两个 IMF 相比, 后两个 IMF 和余量的值几乎是可以忽略的.

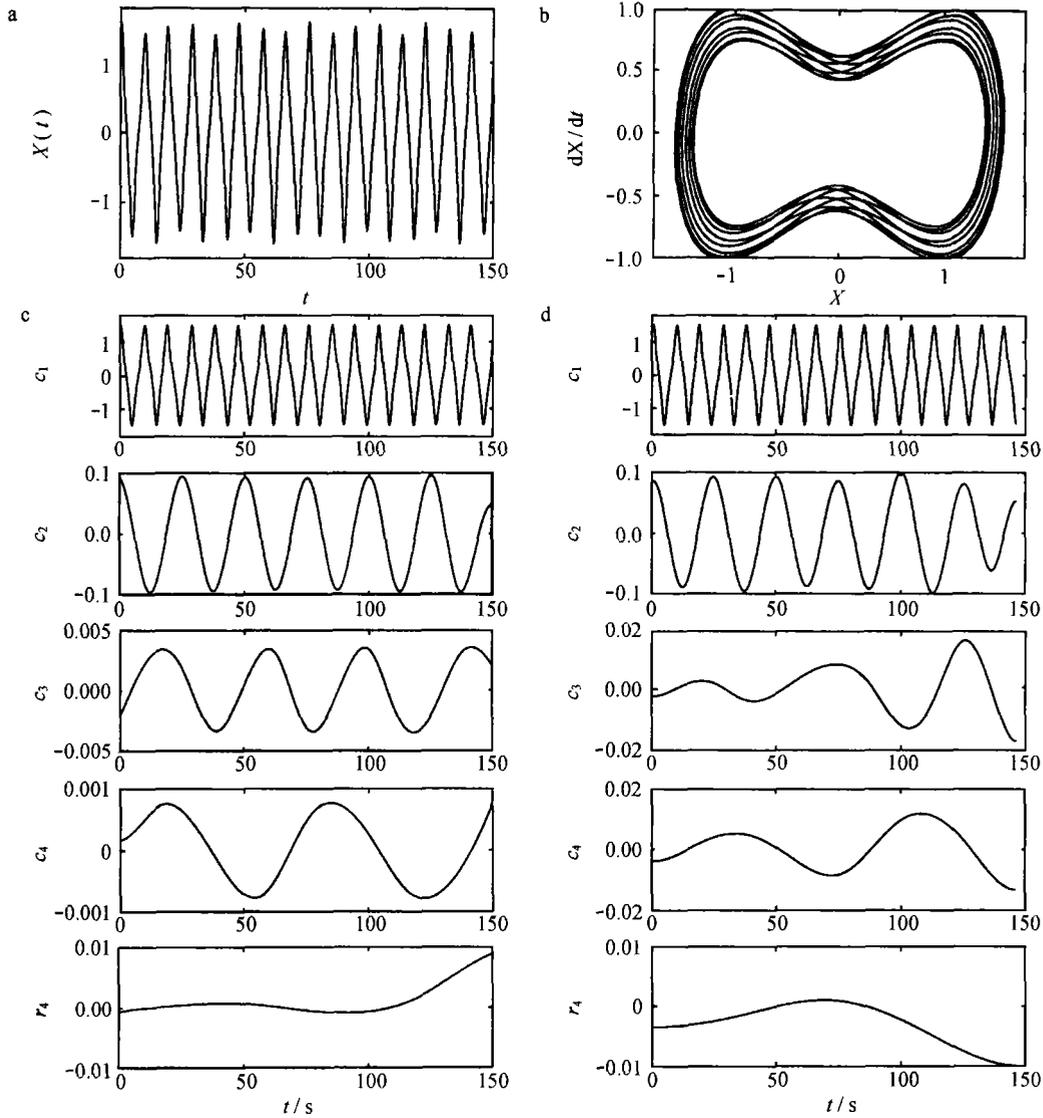


图 5 用两种延拓法对杜芬方程信号进行 EMD 分解得到的前 4 个 IMF 及其余量

5.4 例 4

让我们再来看另一个经典的非线性系统, Rossler 吸引子:

$$\begin{aligned} dX/dt &= -(Y + Z), \\ dY/dt &= X + \alpha Y, \end{aligned}$$

$$dZ/dt = \beta + Z(X - \gamma). \quad (49)$$

同样为了便于与 H99 的比较,所取的参数和初始条件与他们所取的相同,即: $\alpha = 0.2, \beta = 0.2, \gamma = 3.5, \{X(0); Y(0); Z(0)\} = \{-2; 3; 0\}$. 数值计算所得的 X 方向分量的信号如图 6a, 原始信号在相图中的轨迹如图 6b 所示,从图中可见,信号要经过两个简单的振动才能完成一个完整的周期运动,即信号包含两种时间尺度. 由两种方法分解 X 方向信号,所得的 IMF 及其余量分别如图 6c 和 6d, 我们确实得到两种时间尺度的本征模态函数. 与 H99 相比(参见其图 10),由信号的包络极值延拓法所得的 IMF 与 H99 所得的结果完全一致,镜像闭合延拓法由于原始信号的波形不存在很好的对称性,所得的结果比 H99 要差一些,这是镜像闭合延拓法所固有的缺陷.

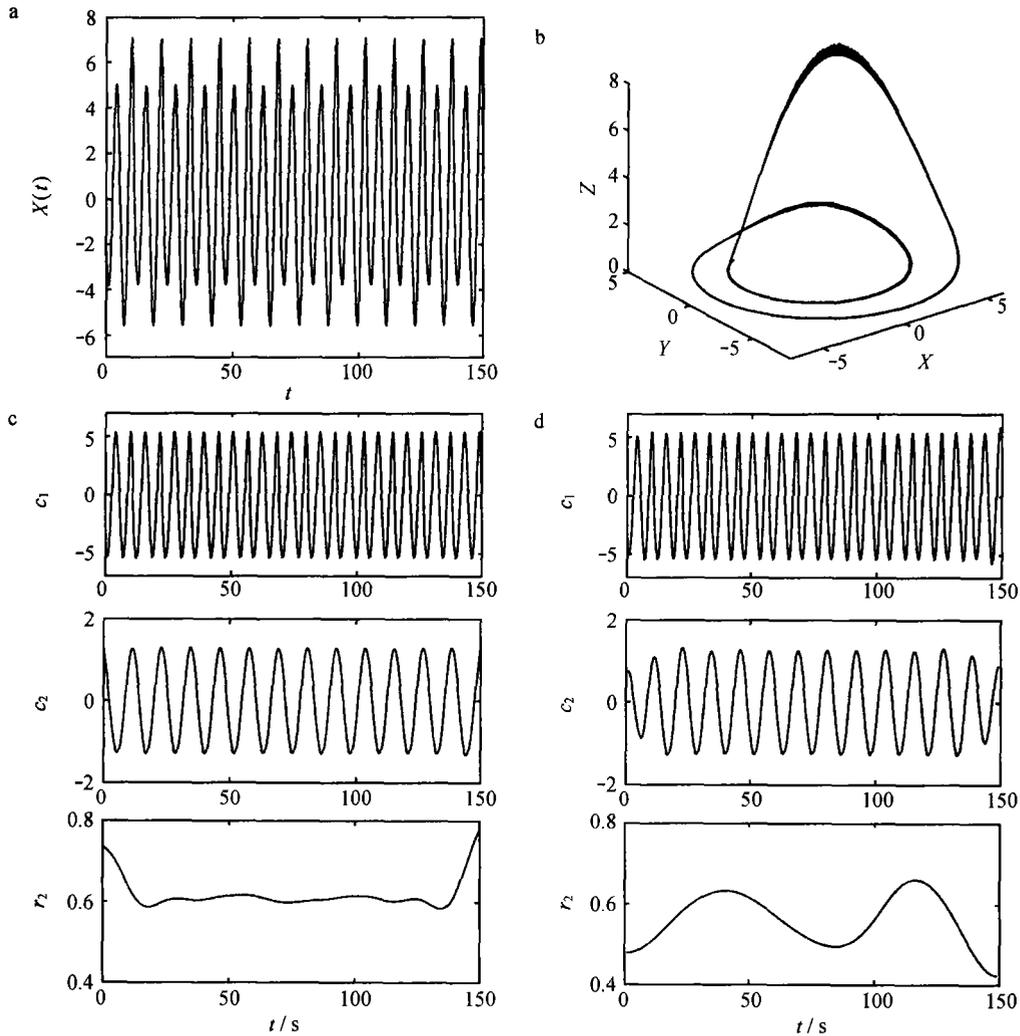


图 6 用两种延拓法对 Rossler 吸引子的 X 方向分量进行 EMD 分解得到的前两个 IMF 及其余量

6 结论

针对 HHT 存在的端点处理问题, 本文提出了包络的极值延拓法和镜像闭合延拓法, 两种方法都很好地处理端点问题, 使得 EMD 分解得到合理的各个 IMF 模态。

镜像闭合延拓法根据信号的分布特性, 把镜子放在具有对称性的极值位置, 通过镜像法把镜内信号映射成一个周期性的环行信号, 不存在端点, 从根本上避免了 EMD 和 Hilbert 变换的端点问题。

极值延拓法简单易行, 具有镜像闭合延拓法相当的效果, 由于不增加信号序列本身的长度, 计算较镜像闭合延拓法快, 尤其是在处理非对称波形信号时有其优越性。

参考文献:

- [1] HUANG N E, SHEN Z, LONG S R, et al. The empirical mode decomposition and the Hilbert spectrum for nonlinear and non-stationary time series analysis [J]. *Proc R Soc Lond A*, 1998, 454: 903—995.
- [2] HUANG N E, SHEN Z, LONG S R. A new view of nonlinear water waves; the Hilbert spectrum [J]. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 1999, 31: 417—457.
- [3] HUANG N E. Computer implicated empirical mode decomposition method, apparatus, and artifice of manufacture [P]. U. S. Patent Pending. 1996.
- [4] HUANG D J, ZHAO J P, SU J L. On the end extending in the Hilbert-Huang Transform. CHOI B H. *Progress in Coastal Engineering and Oceanography*, Vol. 1, Coastal Oceanography of Asian Seas [M]. Korean Society of Coastal and Ocean Engineers, 1999. 81—92.
- [5] ZHAO J P, HUANG D J. Mirror extending and circular spline function for empirical mode decomposition method [J]. *Journal of Zhejiang University (SCIENCE)*, 2001, 2: 247—252.

Practical implementation of the Hilbert-Huang Transform algorithm

HUANG Da-ji¹, ZHAO Jin-ping¹, SU Ji-lan¹

(1. *Laboratory of the Ocean Dynamic Processes and Satellite Oceanography; Second Institute of Oceanography, State Oceanic Administration, Hangzhou 310012, China*)

Abstract: Hilbert-Huang Transform (HHT) is a newly developed powerful method for nonlinear and non-stationary time series analysis. The empirical mode decomposition is the key part of HHT, while its algorithm was protected by NASA as a US patent, which limits the widely application among the scientific community. Two approaches, mirror periodic and extrema extending methods, have been developed for handling the end effects of empirical mode decomposition. The implementation of the HHT is realized in detail to widen the application. The detail comparison of results from two methods with that from Huang *et al.* (1998, 1999), as well as the comparison between two methods is presented. Generally, both methods reproduce faithful results as that of Huang *et al.* For mirror periodic method (MPM), the data is extended once forever. Ideally, it is a way for handling the end effects of the HHT, especially for the signal that has symmetric waveform. The extrema extending method (EEM) behaves as good as MPM, and it is better than MPM for the signal that has strong asymmetric waveform. However, it has to perform extrema envelope extending in every shifting process.

Key words: Hilbert-Huang Transform (HHT); signal processing; Empirical Mode Decomposition (EMD)